

Abel-Preis an Mathematiker Lennart Carleson

VON CARINE MOLITOR-BRAUN
UND RAYMOND MORTINI *

Eine Alternative zum Nobelpreis zu schaffen war schon lange der Wunsch nicht weniger Mathematiker. Ein Schritt wurde 2002 mit dem Abel-Preis gemacht. Der Nobelpreis vergisst die grundlegendste aller Wissenschaften – die Mathematik. Wohl haben Mathematiker den Nobel-Preis (in Wirtschaftswissenschaften) bekommen: Leonid Kantorovich (1975), Gérard Debreu (1983), John F. Nash (1994) und Robert J. Aumann (2005). Auch Chemie- und Physik-Nobelpreise gingen an Wissenschaftler mit einem Doktorat in Mathematik.

Der diesjährige Abel-Preisträger, der schwedische Mathematiker Lennart Carleson, wurde 1928 in Stockholm geboren, promovierte an der Universität Uppsala und war unter anderem Professor oder Gastprofessor an den Universitäten von Stockholm, Uppsala, an der Stanford University, am MIT, an der UCLA. Er hatte viele wichtigen Funktionen inne und erhielt mehrere renommierte Auszeichnungen.

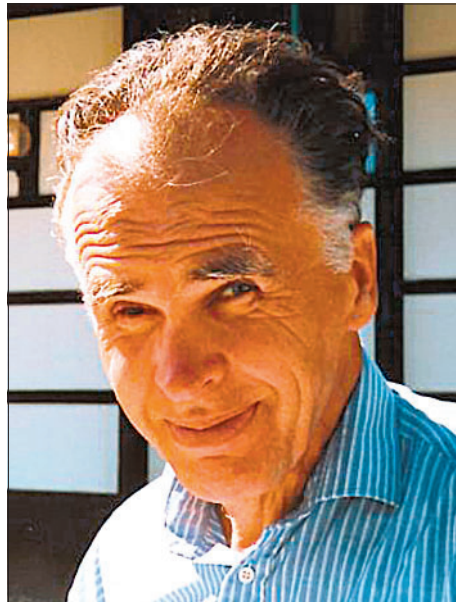
Die Arbeit des Preisträgers würdigt die Norwegische Akademie der Wissenschaften wie folgt: „... für seine tiefgehenden, zukunftsweisenden Beiträge zur harmonischen Analysis und zur Theorie kontinuierlicher dynamischer Systeme.“

(...) Viele Phänomene von den typischen Profilen der Wärmeausbreitung in Metallkörpern bis zu den Schwingungen der Saiten einer Geige können als Summe einfacher Wellenbewegungen, so genannter Sinus- und Kosinus-Schwingungen, angesehen werden. Solche Summierungen werden als Fourier-Reihen bezeichnet. Die harmonische Analysis ist der Teil der Mathematik, der diese Reihen und ähnliche Objekte untersucht.“

Ein zentrales Problem war, ob sich jede grafisch darstellbare Funktion, oder z.B. jede stetige Funktion, als Summe ihrer Fourier-Reihe darstellen lässt. 1913 veröffentlichte der russische Mathematiker Lusin die Vermutung, dass jede quadratisch integrierbare Funktion, und somit insbesondere jede stetige Funktion, fast an jeder Stelle der Summe ihrer Fourier-Reihe entspricht. Für eine umfassendere Klasse von nicht quadratisch integrierbaren Funktionen gab Kolmogorow (1926) ein Gegenbeispiel an.

Erst 1966 (also mehr als 150 Jahre nach Fouriers Entdeckung) gelang dann schließlich Carleson der Beweis der Lusinschen Vermutung, und er machte damit zur Überraschung der mathematischen Fachwelt dem etliche Jahrzehnte langen Stillstand des Erkenntnisgewinns in diesem Forschungsbereich ein Ende.

Die Norwegische Akademie der Wissenschaften: „Der Beweis dieses Erkenntnis ist so schwierig, dass er mehr als dreißig Jahre lang einen ziemlich einsamen Platz in der übrigen harmonischen Analy-



Preisträger und Preispatre: Niels Henrik Abel und Lennart Carleson (r.) im Bild vereint.

(FOTOS: ABEL PREISEN)

sis einnahm. Erst in den vergangenen zehn Jahren entwickelte sich das Verständnis der allgemeinen Theorie der Operatoren, in die dieses Theorem sich einfügt, und die Mathematiker begannen, Carlesons weit reichende Erkenntnisse in ihren eigenen Arbeiten anzuwenden.

Von Carleson stammen auch zahlreiche andere wesentliche Beiträge zur harmonischen und komplexen Analysis, zu quasikonformen Abbildungen und zu dynamischen Systemen. Eine besondere Stellung nimmt dabei seine Lösung des berühmten Corona-Problems ein.“

Hierbei handelt es sich um die Untersuchung des Raums H^8 der beschränkten holomorphen Funktionen in der Einheitskreisscheibe D . Die algebraische Formulierung seines Theorems lautet wie folgt: Es seien f_1, f_2, \dots, f_n Funktionen aus H^8 so dass $|f_1| + |f_2| + \dots + |f_n| > c > 0$ in D gilt. Dann gibt es Funktionen g_1, g_2, \dots, g_n aus H^8 , so dass $g_1 f_1 + g_2 f_2 + \dots + g_n f_n = 1$ ist.

Eine topologische Beschreibung dieses Sachverhalts ergibt, bildlich gesprochen, eine Analogie zu dem Erscheinen der Corona während einer Sonnenfinsternis; daher die Namensgebung dieses Theorems.

Die Pressemitteilung sagt weiter: „Bei der Beschäftigung mit diesem Problem führte der diesjährige Abel-Preisträger die so genannten Carleson-Maße ein, die zu einem grundlegenden Werkzeug der komplexen und der harmonischen Analysis geworden sind.“

Doch der Einfluss von Carlesons bahnbrechenden Arbeiten im Bereich der komplexen und harmonischen Analysis geht noch weiter.

Zum Beispiel wurde das Carleson-Sjölin-Theorem über Fourier-Multiplikatoren zu einem unerlässlichen Werkzeug für die Untersuchung des Kakeya-Problems, dem Prototyp des Nadelproblems: Wie kann man eine Nadel in der Ebene so um 180 Grad drehen, dass die dabei überstrichene Fläche so klein wie möglich ist? Obwohl das Kakeya-Problem ursprünglich ein Spielzeug war, enthält die allgemeine Beschreibung

des überstrichenen Volumens wichtige und tiefgreifende Anhaltspunkte für die Struktur des euklidischen Raums.

Dynamische Systeme sind mathematische Modelle für die Beschreibung des zeitlichen Verhaltens großer Klassen von Erscheinungen, wie sie in der Meteorologie, auf Finanzmärkten und bei vielen biologischen Systemen zu beobachten sind, von den Schwankungen der Fischbestände bis zur Epidemiologie.

Auch die einfachsten dynamischen Systeme können mathematisch erstaunlich komplex sein. Zusammen mit Benedicks untersuchte Carleson die Hénon-Abbildung, ein 1976 von dem Astronomen Michel Hénon erstmals vorgestelltes dynamisches System. Hier geht es um die Komplexität von Wetterentwicklung und Turbulenz. Man ging allgemein davon aus, dass dieses einfache System einen so genannten seltsamen Attraktor habe, der sich mit Hilfe der Computergrafik wunderschön detailliert zeichnen lässt, aber mathematisch mehr oder weniger ein Geheimnis blieb. In einer großen Kraftanstrengung lieferten Benedicks und Carleson 1991 als Erste den Beweis für die Existenz dieses seltsamen Attraktors; damit stand der Weg offen für eine systematische Untersuchung derartiger dynamischer Systeme.“

Zusammen mit T. Gamelin hat Carleson ein überaus beliebtes Lehrbuch zur Einführung in die komplexe Dynamics verfasst.

„Carlesons Arbeiten haben unsere Auffassung der Analysis grundlegend verändert. Er hat nicht nur Beweise für außerordentlich schwierige Theoreme erbracht, sondern dabei auch Methoden eingeführt, die sich als ebenso wichtig erwiesen wie die Theoreme selbst. Seine einzigartige Arbeitsweise ist gekennzeichnet von geometrischer Einsicht und einer erstaunlichen Fähigkeit, die komplexen Verzweigungen der Beweisführung im Griff zu behalten.“

Carleson ist allen anderen stets weit voraus. Er konzentriert sich nur auf die schwierigsten und am tiefsten gehenden Probleme. Wenn er sie gelöst hat, lässt er andere das von ihm entdeckte neue Land betreten und macht

sich selbst in noch weniger zugängliche, noch abgelegene Gegenden der Wissenschaft auf.“

Lennart Carlesons Denken und Handeln haben nicht nur die Mathematik als Wissenschaft beeinflusst. Als Direktor des Mittag-Leffler-Instituts (mathematisches Forschungszentrum in der Nähe von Stockholm), als Präsident der Internationalen Mathematischen Union (IMU), als Präsident des Wissenschaftlichen Komitees des Vierten Europäischen Kongresses für Mathematik (2004), hat Carleson sich unter anderem um die Förderung junger Mathematiker, um den Kontakt zu Mathematikern aus der Volksrepublik China, um das Verhältnis der Mathematik zur Informatik und zu den Naturwissenschaften verdient gemacht.

Das Abel-Preis-Komitee: „Lennart Carleson ist ein hervorragender Mathematiker mit einem umfassenden, zukunftsweisenden Verständnis der Mathematik und der Rolle dieses Fachgebiets in der Welt.“

Leider genießt die Mathematik in unserer Gesellschaft nicht den kulturellen Stellenwert, den sie in früheren Zeiten mal hatte. Wir unterscheiden hierbei zwischen drei Punkten: der Mathematik als Geisteswissenschaft, der Mathematik als Naturwissenschaft und der Mathematik als Basis innovativer Prozesse in der Wirtschaft und Industrie. (Die allseits anzutreffende „Unterteilung“ in Reine und Angewandte Mathematik entbehrt unserer Meinung nach jeglicher Grundlage). Die Mathematik ist in erster Linie eine hochentwickelte, eigenständige Wissenschaft. Sie schöpft des Öfteren ihre Inspiration aus Problemen der Naturwissenschaften, und doch ist ihre innere Triebfeder vor allem im Drang nach Harmonie und Perfektion der theoretischen Konstruktionen und logischen Entwicklungen zu suchen. Umso bemerkenswerter ist es, dass sämtliche Naturwissenschaften (Biologie, Chemie, Physik ...), die Medizin, die ingenieurwissenschaftlichen Fächer, zahlreiche Sozial- und Geisteswissenschaften einen Großteil ihres Erkenntnisgewinns aus der mathematischen Forschung (Statistik, z.B.) erzielen. Als eine der wichtigsten technischen Errungenschaften inner-

halb der Medizin, die auf der Entwicklung neuer Methoden in der Analysis beruhen, sei hier die Computer-Tomographie erwähnt. Kommunikations- und Navigationsgeräte wären auch nicht ohne die neuesten Fortschritte in der Mathematik entstanden (Entwicklung von Daten-Kompressions-Verfahren und deren Rückgewinnung); Kryptographie (beruhend auf der Zahlentheorie) ermöglicht jedermann, bequem seine Bankgeschäfte von zu Hause aus zu erledigen, usw.

Solche Anwendungen unter anderem wären niemals möglich gewesen, ohne vorherige tiefgreifende, sehr abstrakte mathematische Entwicklungen. Nur durch ständiges Ausbauen dieser (abstrakten) mathematischen Wissenschaft ist deren Nutzen für zukünftige innovative Anwendungen gesichert. Der diesjährige Preisträger hat einmal die Mathematik mit einem Baum verglichen. Die Mathematiker stellen die Wurzeln und den Stamm des Baumes dar. Aus diesem Stamm sprossen die Äste mit ihren vielen Verzweigungen. Die Hauptäste stehen für die großen, anwendungsnahen mathematischen Theorien wie die Wahrscheinlichkeitstheorie z. B. Die kleinen Verzweigungen stellen die immer spezialisierteren Anwendungen dar.

Das Abel-Komitee hat diese Einheit der Mathematik bestens dadurch unterstrichen, in dem es 2005 einen Preisträger (Peter D. Lax) kürte, dessen Forschung sehr anwendungsbezogen ist und 2006 einen Preisträger auswählte (Lennart Carleson), der sich um die theoretischen Grundlagen der jeweiligen Fragestellungen verdient gemacht hat.

Ohne Zweifel wurde also mit dem Abel-Preis ein „Nobelpreis“ für Mathematik geschaffen (hervorragende Qualität der Preisträger, eigenständige Wissenschaft, zahlreiche Anwendungsmöglichkeiten in den anderen Wissenschaften, der Technik, der Wirtschaft, im Alltagsleben ...). Allerdings muss noch viel Öffentlichkeitsarbeit geleistet werden, damit dieses auch in der öffentlichen Wahrnehmung so erkannt wird. Die Mathematik ist noch immer eine unterschätzte Wissenschaft. Hier sind die Mathematiker gefordert.

**Geisteswissenschaft,
Naturwissenschaft und
Basis innovativer
Prozesse in Wirtschaft
und Industrie.**

* Carine Molitor-Braun ist Professor an der Universität Luxemburg (<http://math.uni.lu/molitor-r/>), Raymond Mortini Professor an der Universität Paul Verlaine in Metz (<http://www.math.univ-metz.fr/~mortini>). Sie benutzten für diesen Artikel eine große Zahl von Quellen aus den Mathematik-Wissenschaften.

Der Abel-Preis erinnert an den norwegischen Mathematiker Niels Henrik Abel (1802-1829), der trotz seines frühen Todes die Mathematik mit seinen Arbeiten, unter anderem in den Gebieten der algebraischen Gleichungen, der elliptischen Funktionen, der unendlichen Reihen, entscheidend beeinflusst hat. Zum 1. Januar 2002 wurde die Niels-Henrik-Abel-Memorial-Stiftung gegründet und von der norwegischen Regierung mit einem Startkapital von 200 Millionen NOK ausgestattet. Im Moment ist der Abel-Preis mit 6.000.000 NOK (755.000 Euro) dotiert. Die Preisüberreichung, verbunden mit Konferenzen und einem Symposium, fand am 23. Mai statt.