UNIVERSITE PAUL VERLAINE, METZ *Année Universitaire 2010/2011*
Département de Mathématiques

Prof. Raymond Mortini

Equations différentielles, 2^{me} feuille

Exercice 3
Résoudre les équations différentielles à valeur initiales suivantes et déterminer l'intervalle maximal d'existence.

1) $(u')^2 + 2uu'' = 0,\ u(0) = 1, u'(0) = 2/3;$

2) $4\sqrt{u}u'' = 1,\ u(4/3) = u'(4/3) = 1;$

3) $u(1 - \log u)u'' + (1 + \log u)(u')^2 = 0,\ u(0) = u'(0) = 1;$

4) $2\sqrt{t}u'' - e^{u'-\sqrt{t}} = 0,\ u(1) = 2, u'(1) = 1;$

5) $t^2u''' + 2tu'' = 4 + 2\log t,\ u(1) = 1, u'(1) = 0, u''(1) = 2;$

6) $u^2u'' + (u')^3 + u(u')^2 + u^2u' = 0,\ u(0) = e, u'(0) = -e/2;$

7) $u^4 + 2u'' + u = t^2 \sin t,\ u(0) = u'(0) = u''(0) = u'''(0) = 0;$

8) $t^3u''' + t^2u'' = (t + t^2)\log t,\ u(1) = u''(1) = 0, u'(0) = 1;$

9) $2uu'' + (u')^2 + (u')^4 = 0,\ u(-1) = 1, u'(-1) = -1;$

10) $(1 + t^2)u'' + (u')^2 + 1 = 0,\ u(1) = u'(1) = 0.$

Exercice 4
Déterminer toutes les solutions de l'équation différentielle suivante, en sachant qu'il existe une solution de la forme $u(t) = t^\alpha$:

$t^2(1 - t)u'' + 2t(2 - t)u' + 2(1 + t)u = 1.$

Exercice 5
Déterminer toutes les solutions des équations différentielles suivantes:

1) $u^{(5)} - 5u^{(4)} + 13u''' - 19u'' + 14u' - 4u = 0;$

2) $u''' - u'' - u' + u = (5t + 2)e^t - 2t + \cos t;$

3) $u^{(7)} + 3u^{(6)} + 5u^{(5)} + 7u^{(4)} + 7u''' + 5u'' + 3u' + u = 0;$

4)$t^2u" - tu' + 9u = t$