UNIVERSITE PAUL VERLAINE, METZ *Année Universitaire 2010/2011*
Département de Mathématiques
Prof. Raymond Mortini

Equations différentielles

Exercice 1
Résoudre les équations différentielles à valeur initiales suivantes et déterminer l'intervalle maximal d'existence.

(1) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}y + 1,\ y(1) = 0;$

(2) $y' = -y\sin x + \sin(2x),\ y(\pi/2) = 0;$

(3) $y' = \dfrac{1}{2x}y - \dfrac{1}{2}y^3\cos x,\ y(\dfrac{\pi}{2}) = -\dfrac{1}{\sqrt{3}};$

(4) $y' = \dfrac{\log|x|}{x}y^2 - \dfrac{y}{x},\ y(1) = \dfrac{1}{2}$ ou $y(-1) = -2;$

(5) $y' = y - y^{1/2},\ y(0) = u_0$ avec $u_0 \in \{\frac{1}{4}, 1, 4\};$

(6) $tu' = \sqrt{t^2 + u^2} + u,\ u(1) = 0;$

(7) $u' = \dfrac{2t}{u + ut^2};\ u(0) = 2;$

(8) $u' = \dfrac{1 + u^2}{tu(1 + t^2)},\ u(1) = -1;$

(9) $u' = (1 - t + 2u)^{1/2},\ u(0) = 0;$

(10) $u' = \dfrac{t^2 + u2}{tu}, \qquad u(-1) = 1;$

(11) $u' = \dfrac{tu}{t^2 - 1} + \dfrac{1}{1 - t^2}, \qquad u(0) = 1;$

(12) $u' = \dfrac{1}{t}u + \sqrt{tu}, \qquad u(1) = \dfrac{1}{4}.$

(13) $u' = \dfrac{u\log u}{\sin t}, \qquad u(\dfrac{\pi}{2}) = 1;$

(14) $(1 + e^t)uu' = e^t, \qquad u(1) = 1;$

(15) $tuu' + 1 + u^2 = 0, \qquad u(1) = 2.$

Exercice 2
Trouver toutes les solutions des équations différentielles suivantes:

(1) $tu' + 2u = \frac{t}{1+t^2};$

(2) $u'\sin t - u = 1 - \cos t;$

(3) $u' = -2tu + 2te^{-t^2}.$